No de table	Nom :	Ne rien écrire dans cette case	
	Prénoms :	Note/20	Code
	CNE :		
	No Tél. :		
	Epreuve de Mathématiques (durée 1h30min)		

Concours d'accès en première année de l'ENSAO le 24 juillet 2009
Epreuve de Mathématiques. Durée :1h30. Calculatrice non autorisée.
Réponse juste vaut +1. Réponse fausse vaut -1. Pas de réponse vaut 0.
Note finale=(Note sur 10)x2.
Dans chaque exercice, il y a une seule réponse juste, cocher la bonne.

Ne rien écrire dans cette case. Code

Exercice 1.
Les nombres a et b sont des réels non nuls. Alors :
1)☐ $\forall a \in]0;\infty[, \sqrt{a} < a < a^2$.
2)☐ Si $0 < a < b \leq 1$ alors $\sqrt{b} - \sqrt{a} < b - a$.
3)☐ Si $1 \leq a < b$ alors $\sqrt{b} - \sqrt{a} < b - a$.

Exercice 2.
Les fonctions f et g sont définies par $f(x) = xe^{1-x^2}$ et $g(x) = ax^2 + bx$ et admettent respectivement (C) et (Γ) pour courbes représentatives. On recherche tous les couples (a, b) de réels tels que (C) et (Γ) aient la même tangente au point d'abscisse 1.
1)☐ Si (a, b) est une solution alors $a + b = 1$.
2)☐ Tout couple (a, b) tel que $2a + b = -1$ est solution.
3)☐ Le couple $(1, 0)$ est solution.

Exercice 3.
Soit $f(x) = 2\cos^2 x - \sin x - 1$. On désigne par (E) l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) < 0$.
1)☐ $f(x) < 0 \Leftrightarrow \sin x > \frac{1}{2}$.
2)☐ $E =]\frac{\pi}{6}, +\infty[$.
3)☐ Si $x \in]\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}[$ alors $f(x) \geq 0$.

Exercice 4.
Le plan (P) est muni d'un repère orthonormal (O, i, j). Soit f une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ dont la courbe représentative (C) est symétrique par rapport au point $A(1, 0)$. Alors :
1)☐ $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) = f(2 - x)$.
2)☐ $\forall x \in \mathbb{R}, f(1 + x) + f(1 - x) = 0$.
3)☐ $\forall x \in \mathbb{R}, f'(1 + x) + f'(1 - x) = 0$.

Ne rien écrire dans cette partie

Exercice 5.
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = \frac{e^{2x+1}-e}{x}$, (C) sa courbe représentative et g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = e^{2x+1}$.
1)☐ La limite en 0 de f est égale à e.
2)☐ L'axe des abscisses est asymptote à (C).
3)☐ $\forall x \neq 0, f'(x) = \frac{e}{x^2}[(x-1)e^{2x}+1]$.

Exercice 6.
Soit l'équation (E), d'inconnue z, définie par $z^3 = \overline{z}$.
1)☐ Si $|\alpha| = 1$ alors α est solution de (E).
2)☐ Si $\theta = k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$, alors $\cos\theta - i\sin\theta$ est solution de (E).
3)☐ Les solutions de (E) sont les nombres α tels que $\alpha = 1$ ou $\alpha^4 = 1$.

Exercice 7.
Soit f l'application qui à tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe $z' = \frac{2z+1}{z-1}$.
1)☐ L'ensemble des points M tels que z' est réel est l'axe des réels.
2)☐ L'ensemble des points M tels que z' est imaginaire pur est contenu dans un cercle
3)☐ L'ensemble des points M tels que $|z'| = 2$ est un cercle.

Exercice 8.
On considère l'intégrale $I = \int_1^e \frac{\ln t}{t^2}$.
1)☐ $I \leq \frac{1}{e^2}\int_1^e \ln t dt$.
2)☐ $I = 1 - \frac{2}{e^3}$.
3)☐ $I = -\frac{1}{e} + \int_1^e \frac{dt}{t^2}$.

Exercice 9.
Soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $u_0 = 1$ et, $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = 3\sqrt{u_n}$.
1)☐ La suite (u_n) est décroissante.
2)☐ La suite (v_n) définie par $v_n = \ln u_n - \ln 9$ est une suite arithmétique.
3)☐ La limite en $+\infty$ de (u_n) est 9.

Exercice 10.
Quatre points M, N, P et Q distincts forment un parallélogramme MNPQ dont les diagonales se coupent en O. Alors :
1)☐ $2(MN^2 + MQ^2) = NQ^2 + MP^2$.
2)☐ N est le barycentre de $\{(M,1),(P,1),(Q,-2)\}$.
3)☐ $\overrightarrow{OM} - \overrightarrow{OQ} + \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{0}$.